

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ



ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

В. Т. Доля

Е К О Н О М Е Т Р І Я

**Методичні вказівки з самостійного вивчення
дисципліни, практичних занять і виконання
розрахунково-графічних та контрольних робіт**

(для студентів усіх форм навчання за напрямками підготовки

0501 – «Економіка і підприємництво»,

0502 – «Менеджмент»)

Видання 3-є, перероблене і доповнене

ХАРКІВ – ХНАМГ – 2008

Доля В. Т. Економетрія: Методичні вказівки з самостійного вивчення дисципліни, практичних занять і виконання розрахунково-графічних та контрольних робіт (для студентів усіх форм навчання за напрямками підготовки 0501 – «Економіка і підприємництво», 0502 – «Менеджмент»). Вид. 3-є, переробл. і доповн. – Харків: ХНАМГ, 2008. – 48 с.

Рецензент: ст. викл. кафедри обліку і аудиту А. В. Місюрів

Рекомендовано кафедрою обліку і аудиту,
протокол № 10 від 12.05.2008 р.

© Доля В.Т., 2008
© ХНАМГ, 2008

1. МЕТА І ЗАВДАННЯ ВИВЧЕННЯ ЕКОНОМЕТРІЇ

Економетрія є нормативною (обов'язковою для вивчення) дисципліною циклу фундаментальних і професійно-орієнтованих дисциплін. На вивчення економетрії робочим навчальним планом відведено 72 години, в тому числі 18 – лекційний курс, 18 – практичні заняття, 36 – самостійна робота. Позааудиторна самостійна робота полягає у вивченні навчальної літератури, виконанні індивідуального домашнього завдання (контрольної роботи – для студентів заочної форми навчання), самоконтролі.

Структурно-логічне місце економетрії в навчальному процесі визначається її змістом. Вона вивчається після засвоєння студентом математичних дисциплін і дисциплін економічної теорії, тому що економетрія і в цьому контексті являє собою інструментарій кількісного вимірювання взаємозв'язків параметрів економічних явищ і процесів. Це – об'єктивна необхідність, бо без кількісного аналізу взаємозв'язків в економіці не можливі ні аналіз, ні діагностика стану, ні прогнозування розвитку економічних об'єктів.

Мета вивчення економетрії полягає у формуванні сучасного економічного мислення та спеціальних знань і вмінь щодо використання методів економетричного аналізу як складової прийняття рішень з розвитку економічних об'єктів різної складності, ієрархії та організації.

Предмет вивчення економетрії відповідно до мети складають економіко-математичні методи дослідження економічних явищ і процесів, що відбуваються на макро- і мікрорівнях економіки шляхом економетричного моделювання і кількісного аналізу цих явищ і процесів. Тому відомий економетрист Цві Грілліхес стверджував, що «економетрія є одночасно нашим телескопом і нашим мікроскопом для вивчення оточуючого нас економічного світу».

У результаті вивчення економетрії студент повинен:

а) **знати:**

- зміст постановки задачі і загальну методику економетричного моделювання;
- принципи й правила формування інформаційних масивів статистичних даних для моделювання;
- методи ідентифікації (відбору) факторів для включення в економетричні моделі (рівняння регресії);
- засоби специфікації (обґрунтування аналітичної форми) рівнянь регресії;
- методи оцінювання параметрів економетричних моделей – звичайний і узагальнений методи найменших квадратів;

- особливі явища, притаманні масивам економічної інформації: мультиколінеарність, гетероскедистичність, авторегресія;
- «класичні» економетричні моделі (виробничу, попиту, споживання тощо);
- комплексні економетричні моделі на макро- і мікрорівнях економіки;
- природу помилок апроксимації і прогнозу, властивих рівнянням регресії, і засоби встановлення довірчих границь цих помилок;

б) *уміти*:

- будувати економетричні моделі у формі парних і множинних рівнянь регресії та оцінювати їх параметри;
- виконувати необхідні розрахунки на комп'ютері за стандартними програмами і надавати інтерпретацію вихідної інформації;
- визначати області застосування економетричного моделювання у професійній діяльності економіста, менеджера в організаціях міського будівництва, житлово-комунального, готельно-ресторанного, туристичного сервісу.

2. ПРОГРАМА ЕКОНОМЕТРІЇ

Інформаційний обсяг і зміст програми економетрії складають три змістові модулі (ЗМ) як споріднені за змістом цілісні частини:

- постановка задачі економетричного моделювання;
- специфікація економетричних моделей;
- оцінювання параметрів економетричних моделей.

Навчальні досягнення студентів з кожного змістового модуля підлягають обов'язковому контролю і оцінюванню у накопичувальній відомості за національною та ECTS- шкалами – відповідно 5, 4, 3, 2 і А, В, С, D, E, FX, F.

Кожний змістовий модуль складається з окремих навчальних елементів як мінімальних порцій обсягу і змісту даного модуля, які підлягають обов'язковому контролю щодо опанування, або засвоєння за ланцюжком: пам'ятаю, розумію, знаю, вмію.

ЗМ-1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ЕКОНОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

- 1.1. Предмет економетрії.
- 1.2. Стохастичні (ймовірнісні) залежності.
- 1.3. Економетричні моделі, їх параметри.
- 1.4. Завдання економетричного моделювання.
- 1.5. Зміст (послідовність) процесу економетричного моделювання.
- 1.6. Ендогенні і екзогенні змінні.
- 1.7. Dummy-змінні.
- 1.8. Об'єкти спостереження.
- 1.9. Вимоги до розмірів матриці даних про змінні.
- 1.10. Показники варіації змінних.
- 1.11. Поля кореляції: побудова і аналіз.
- 1.12. Аномальні об'єкти спостереження: виявлення і вилучення.

ЗМ-2. СПЕЦИФІКАЦІЯ ЕКОНОМЕТРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

- 2.1. Способи тестування наявності стохастичної залежності.
- 2.2. Коефіцієнт парної кореляції і детермінації.
- 2.3. Тестування значущості (невипадковості) коефіцієнта кореляції за *t*-статистикою Стюдента.
- 2.4. Z-перетворення Фішера і інтервали довіри для коефіцієнта кореляції.
- 2.5. Колінеарність, мультиколінеарність: тестування наявності та оцінка сили.
- 2.6. β -коефіцієнти.
- 2.7. Тестування екзогенних змінних на автономність впливу.

- 2.8. Коефіцієнт множинної кореляції і детермінації.
- 2.9. Коефіцієнт частинної парної детермінації.
- 2.10. Тестування екзогенних змінних на вагомість у множинній детермінації.
- 2.11. Лінійні, квазілінійні й суттєво нелінійні форми рівняння регресії.
- 2.12. Способи обґрунтування аналітичної форми рівняння регресії.
- 2.13. Лінеаризація квазілінійних і суттєво нелінійних регресій.

ЗМ-3. ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ЕКОНОМЕТРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

- 3.1. Вимоги до оцінювання параметрів рівнянь регресії: незміщеність, обґрунтованість, ефективність.
- 3.2. Основні припущення щодо оцінювання параметрів рівнянь регресії методом найменших квадратів (МНК).
- 3.3. Оцінювання параметрів за МНК: способи Гаусса, детермінантів, оберненої матриці.
- 3.4. Оцінювання параметрів рівнянь регресії за β -коефіцієнтами.
- 3.5. ANOVA-дисперсійний аналіз.
- 3.6. Гетероскедастичність, ранговий тест Спірмана.
- 3.7. Авторегресія, тест Дарбіна-Уотсона.
- 3.8. Часовий лаг запізнювання.
- 3.9. Узагальнений МНК (метод Ейткена).
- 3.10. Значущість (адекватність) економетричної моделі.
- 3.11. Значущість (невипадковість) параметрів рівняння регресії.
- 3.12. Інтервали довіри для коефіцієнтів регресії.
- 3.13. Точкове й інтервальне прогнозування на парних економетричних моделях.
- 3.14. Точкове й інтервальне прогнозування на множинних економетричних моделях.

Розподіл загального обсягу часу на вивчення дисципліни за видами навчальної роботи студенту встановлюється орієнтовано таким (годин):

	Денне навчання	Заочне навчання
загальний обсяг часу	72	72
у тому числі:		
а) аудиторні заняття	36	10
з них: • лекційний курс.....	18	6
• практичні заняття.....	18	4
б) самостійна робота	36	62
з них: • самоініційоване вивчення навчальної літератури.....	14	42
• виконання індивідуального домашнього завдання.....	18	16
• самоконтроль навчальних досягнень....	4	4

3. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ІЗ САМОСТІЙНОГО ВИВЧЕННЯ ЕКОНОМЕТРІЇ

3.1. Рекомендовані навчальні видання

1. Доля В.Т. Статистическое моделирование производственных систем и процессов: Уч. пособие. – К.: УМКВО, 1988. – 140 с.
2. Лук'яненко І.Г., Краснікова Л.І. – Економетрика: Підр. – К.: Знання, КОО, 1998. – 494 с.
3. Наконечний С.І., Терещенко Т.О., Романюк Т.П. Економетрія: Підручник. – К.: КНЕУ, 2002. – 296 с.
4. Доля В.Т. Економетрія: Конспект лекцій. – Харків: ХНАМГ, 2006. – 93 с.
5. Лук'яненко І.Г., Краснікова Л.І. – Економетрика: Практикум з використанням комп'ютера. – К.: Знання, КОО, 1998. – 220 с.
6. Медведєв М.Г. Економетричні методи моделювання: Навч. посібник. – К.: Вид-во Європ. ун-ту, 2003. – 140 с.
7. Доля В.Т. Економетрія: Методичний посібник з самостійного вивчення дисципліни (для студентів за напрямом підготовки «Економіка підприємства», «Облік і аудит», «Менеджмент»). Вид. 3-є, – Харків: ХНАМГ, 2008. – 48 с.
8. Доля В.Т. Економетрія: Тести, логічні та розрахункові вправи для самоконтролю і контролю навчальних досягнень (для студентів за напрямом підготовки «Економіка підприємства», «Облік і аудит», «Менеджмент»).

3.2. Зміст і самоконтроль теоретичної підготовки

Позааудиторна теоретична підготовка – це опанування знаннями та оволодіння вміннями шляхом самоініційованого вивчення рекомендованих підручників, навчальних посібників, інших навчальних видань – див. підрозділ 3.1. Цей шлях є, по суті, єдиним для студентів заочної, дистанційної, екстернатної форм навчання.

Навчальний посібник [1], конспект лекцій [4] і методичні видання [7] і [8] Долі В.Т. можна отримати в тимчасове користування у бібліотеці академії або в електронному варіанті на кафедрі обліку і аудиту. З підручником [3] та навчальними посібниками [2], [5] і [6] Вам пропонують працювати у читальному залі бібліотеки.

Розподіл теоретичного матеріалу рекомендованих навчальних видань за окремими змістовими модулями такий:

ЗМ-1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ЕКОНОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

- [1], розділи 1, 2;
- [2], розділи 1, 2, 4;
- [3], розділи 1, 2;
- [4], розділи 1, 2;
- [5], глави 2, 3.

ЗМ-2. СПЕЦИФІКАЦІЯ ЕКОНОМЕТРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

- [1], розділи 3, 4;
- [2], розділи 2, 3, 4, 5;
- [3], розділи 4, 5, 6;
- [4], розділи 3, 4;
- [5], глави 2, 3, 6;
- [6], розділи 1, 2, 3, 4.

ЗМ-3. ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ЕКОНОМЕТРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

- [1], розділи 5, 6;
- [2], розділи 2, 4;
- [3], розділи 7, 8;
- [4], розділ 5;
- [5], глави 2, 3;
- [6], розділи 1, 2, 3.

Самостійне опрацювання теоретичного матеріалу вимагає від студента самоконтролю власних навчальних досягнень. Для самоконтролю необхідно звернутися до методичного посібника [8] і за відповідними змістовими модулями виконати тестові завдання і логічні (теоретичні) вправи (принаймні вибірково).

Закінчивши засвоєння програми дисципліни, визначте, чи твердо Ви засвоїли насамперед наступні основні поняття економетрії:

- стохастична (ймовірнісна) залежність;
- кореляція, кореляційна залежність;
- економетричне моделювання;
- економетрична модель;
- параметри економетричної моделі;
- ендогенні й екзогенні змінні;

- регресія, рівняння регресії;
- помилка апроксимації (прогнозу);
- ідентифікація факторів;
- специфікація аналітичної форми регресії;
- мультиколінеарність;
- авторегресія;
- гетероскедастичність;
- незміщеність, обґрунтованість, ефективність оцінок.

Запишіть напам'ять у загальному вигляді основні аналітичні форми моделей рівнянь регресії:

- лінійна модель;
- квазілінійна модель;
- суттєво нелінійна модель;
- множинна лінійна модель;
- множинна нелінійна модель;
- авторегресивна модель;
- дистрибутивно-лагова модель;
- симулятивна модель.

Напишіть напам'ять формули основних вимірників кореляції і регресії:

- коефіцієнт парної кореляції;
- коефіцієнт парної детермінації;
- β -коефіцієнт;
- коефіцієнт частинної парної детермінації;
- ANOVA-аналіз;
- коефіцієнт множинної кореляції;
- коефіцієнт множинної детермінації;
- коефіцієнт регресії.

Перевірте, чи твердо Ви запам'ятали призначення різних статистичних тестів (критеріїв), зокрема:

- t - статистика нормального розподілу;
- t - статистика Стьюдента;
- F - критерій Фішера;
- DW - статистика Дарбіна-Уотсона.

3.3. Зміст і самоконтроль практичної підготовки

Самостійна практична підготовка призначена для набуття вмінь, навичок і первісного власного практичного досвіду з економетричного моделювання.

Практична самостійна робота з дисципліни передбачена у двох формах:

- виконання розрахункових вправ;
- виконання комплексного індивідуального домашнього завдання.

Методичний посібник [8] містить понад 100 розрахункових вправ (задач), у тому числі:

ЗМ-1.	27,
ЗМ-2.	39,
ЗМ-3.	45.

Самостійне розв'язання цих задач слугує закріпленню засвоєних теоретичних знань і формуванню навичок виконання окремих розрахунків у процесі економетричного моделювання. Для самоконтролю правильності рішень у посібнику [8] наводяться відповіді до всіх розрахункових вправ.

Формуванню теоретичних уявлень і необхідних практичних навичок економетричного моделювання як цілісного творчого процесу слугує обов'язкове виконання кожним студентом індивідуального домашнього завдання. Цілі, вихідні дані, методика й приклади виконання завдання викладені у 4-му розділі цього посібника. Розподіл покрокового процесу розробки рівняння регресії за змістовими модулями такий:

ЗМ-1.	кроки 1÷5;
ЗМ-2.	кроки 6÷14;
ЗМ-3.	кроки 15÷26.

Виконання завдання регулярно контролюється і оцінюється викладачем. Студенти заочної форми навчання виконують цю роботу як контрольну.

4. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ, ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ АБО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

4.1. Зміст завдань і вихідні дані

Зміст практичних занять та індивідуального домашнього завдання або контрольної роботи (для студентів заочної форми навчання) полягає у побудові економетричної моделі прибутковості (рентабельності) у формі рівняння регресії цієї функції на зміну двох внутрішньогосподарських факторів виробництва. Роботу виконують на статистичних даних вибірки однорідних підприємств.

Перелік, позначення, зміст операційних характеристик й одиниці виміру змінних такі:

ендогенні (залежні) змінні:

- | | |
|--|---|
| доходність витрат
($Y_1; P_0$) | – відношення виручки підприємства від реалізації продукції (робіт, послуг) до витрат підприємства на їх виробництво, грн./грн.; |
| рівень витрат ($Y_2; V_3$) | – відношення витрат на вироблену підприємством продукцію (роботи, послуги) до виручки від їх реалізації, коп./грн.; |
| прибутковість (рентабельність) реалізації ($Y_3; P_p$) | – відношення прибутку підприємства від реалізації продукції (робіт, послуг) до виручки від їх реалізації, коп./грн.; |
| прибутковість (рентабельність) витрат ($Y_4; P$) | – відношення прибутку підприємства від реалізації продукції (робіт, послуг) до витрат на виробництво, коп./грн.; |

екзогенні (незалежні) змінні

- | | |
|---|--|
| фондоозброєність праці
($X_0; \Phi$) | – відношення первісної вартості основних виробничих засобів до чисельності працівників підприємства, тис.грн./чол.; |
| структура основних виробничих засобів
($X_1; A$) | – питома вага активних основних виробничих засобів (машин і обладнання) у загальній первісній вартості основних виробничих засобів, %; |
| коефіцієнт придатності
($X_2; \Gamma$) | – відношення залишкової вартості основних виробничих засобів до їх первісної вартості, %; |
| енергоозброєність праці ($X_3; \Theta$) | – відношення сумарної потужності двигунів машин, обладнання тощо до чисельності працівників підприємства, кВт/чол.; |

спеціалізація підприємства ($X_4; C$)	– питома вага обсягу реалізації одного (головного) виду продукції (робіт, послуг) в загальному обсязі реалізації, %;
кооперування виробництва ($X_5; K$)	– питома вага вартості покупних комплектуючих деталей і вузлів у загальних матеріальних витратах на виробництво продукції (робіт, послуг), %;
кількість видів продукції (робіт, послуг) ($X_6; P$)	– кількість найменувань продукції (робіт, послуг), що виробляються підприємством, одиниць;
питома вага зарплати ($X_7; 3$)	– питома вага витрат на оплату праці в загальній сумі витрат на виробництво продукції (робіт, послуг), %;
бригадна організація праці ($X_8; B$)	– питома вага робітників, залучених до бригадної форми організації та оплати праці, у загальній чисельності робітників підприємства, %;
плинність кадрів ($X_9; T$)	– відношення чисельності звільнених за рік працівників за власним бажанням і за порушення трудової дисципліни до середньорічної чисельності працівників підприємства, %.

Статистичні дані 15 підприємств про числові значення чотирьох ендогенних (залежних) і десяти екзогенних (незалежних) змінних наведені в табл. 4.1.

4.2. Варіанти завдань

Варіанти завдань на практичні заняття, виконання індивідуального домашнього завдання студентами денної і контрольної роботи студентами заочної форми навчання визначаються так.

а) Практичні заняття

На практичних заняттях протягом всього семестру в усіх групах виконується **єдиний** варіант завдання: моделювання рівняння регресії прибутковості (рентабельності) витрат ($Y_4; P$) на зміну двох змінних-факторів: фондоозброєності праці ($X_0; \Phi$) й кооперування виробництва ($X_5; K$),

Таблиця 4.1 – Статистичні дані 15 підприємств

j	Змінні														j
	ендогенні (залежні)				екзогенні (незалежні)										
	Y _I	Y ₂	Y ₃	Y ₄	X ₀	X _I	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	
	P _Д	У ₃	P _P	P	Φ	A	Г	Э	C	K	Π	З	Б	T	
1	1,067	93,7	6,3	6,7	1,5	36	36	4,5	58	46	18	21	24	33	1
2	1,073	93,2	6,8	7,3	1,7	48	44	4,8	68	49	17	23	35	27	2
3	1,115	89,7	10,3	11,5	6,4	62	65	16,3	73	68	14	34	62	12	3
4	1,109	90,2	9,8	10,9	4,7	61	67	19,4	84	71	11	35	68	11	4
5	1,054	94,9	5,1	5,4	1,6	41	28	3,5	60	31	21	18	15	31	5
6	1,097	91,2	8,8	9,7	4,2	51	48	11,4	74	54	16	29	71	25	6
7	1,101	90,8	9,2	10,1	7,6	54	50	14,1	78	52	18	33	67	11	7
8	1,114	89,8	10,2	11,4	6,9	76	64	14,9	88	64	12	37	84	7	8
9	1,079	92,7	7,3	7,9	2,4	53	49	6,7	72	51	22	21	44	24	9
10	1,089	91,8	8,2	8,9	2,9	68	61	11,5	81	68	13	28	52	21	10
11	1,095	91,3	8,7	9,5	3,8	64	65	11,9	77	74	15	32	61	23	11
12	1,127	88,7	11,3	12,7	7,3	73	72	21,5	86	79	9	39	77	7	12
13	1,189	84,1	15,9	18,9	9,1	82	77	27,6	91	67	14	38	51	4	13
14	1,098	91,1	8,9	9,8	5,6	49	54	12,1	75	72	9	31	64	19	14
15	1,104	90,6	9,4	10,4	7,1	54	58	13,8	82	58	15	36	69	17	15

тобто

$$P = f(\Phi; K) \pm \sigma_{\hat{p}} \quad (P = 0,95),$$

де $\sigma_{\hat{p}}$ – довірчі границі помилки апроксимації з ймовірністю 0,95*.

б) Індивідуальне домашнє завдання

Варіант індивідуального домашнього завдання студентам денної форми навчання **визначається викладачем**, який веде практичні заняття, за такими ознаками:

- варіант ендогенної (залежної) змінної Y_{φ} ($\varphi = 1, 2, 3, 4$) визначається, як правило, єдиним для усіх студентів однієї академічної групи, тобто $Y_1(P_0)$, або $Y_1(V_3)$, або $Y_3(P_p)$, або $Y_4(P)$;
- варіанти двох екзогенних (незалежних) змінних або факторів можливі такі (№ змінних):

01
02 12
03 13 23
04 14 24 34
15 25 35 45
06 16 26 36 46 56
07 17 27 37 47 57 67
08 18 28 38 48 58 68 78
09 19 29 39 49 59 69 79 89.

У кожній академічній групі викладач визначає і веде поіменний облік виданих варіантів завдань. Отже кожний студент розробляє рівняння регресії такого загального вигляду

$$Y_{\varphi} = f(X_i, X_j) \pm \sigma_{\hat{Y}_{\varphi}} \quad (P = 0,95),$$

де $i, j = 0, 1, 2, \dots, 9$, але $i \neq j$, $\varphi = 1, 2, 3, 4$.

в) Завдання на контрольну роботу для студентів заочної форми навчання

Варіант завдання на контрольну роботу студент заочної форми навчання визначає самостійно. Зокрема, варіант ендогенної (залежної) змінної Y_{φ} ($\varphi = 1, 2, 3, 4$) беруть довільно, тобто будь-який з чотирьох

* Далі в цьому розділі розрахункові формули, таблиці й приклади наводяться, як правило, саме для цього варіанта завдання.

можливих. Варіанти двох екзогенних (незалежних) змінних визначають за останніми двома цифрами номера залікової книжки. Наприклад:

№ залікової книжки	Склад екзогенних (незалежних) змінних - факторів
... 01	$X_0(\Phi) ; X_1(A)$
... 27	$X_2(\Gamma) ; X_7(3)$
... 30	$X_3(\Theta) ; X_0(\Phi)$

Повний перелік варіантів складу факторів наведений вище (див. п. б). Якщо останні дві цифри номера залікової книжки однакові (наприклад, 44, 00 тощо), варіант визначається за умови зміни однієї цифри на найближчу (наприклад, 44→43 або 45 або 34, або 54).

4.3. Послідовність розробки рівняння регресії

Загальна блок-схема алгоритма розробки рівняння регресії показана на рис. 4.1 у двох варіантах: а) повний – для денної форми навчання; б) скорочений – для заочної форми навчання.

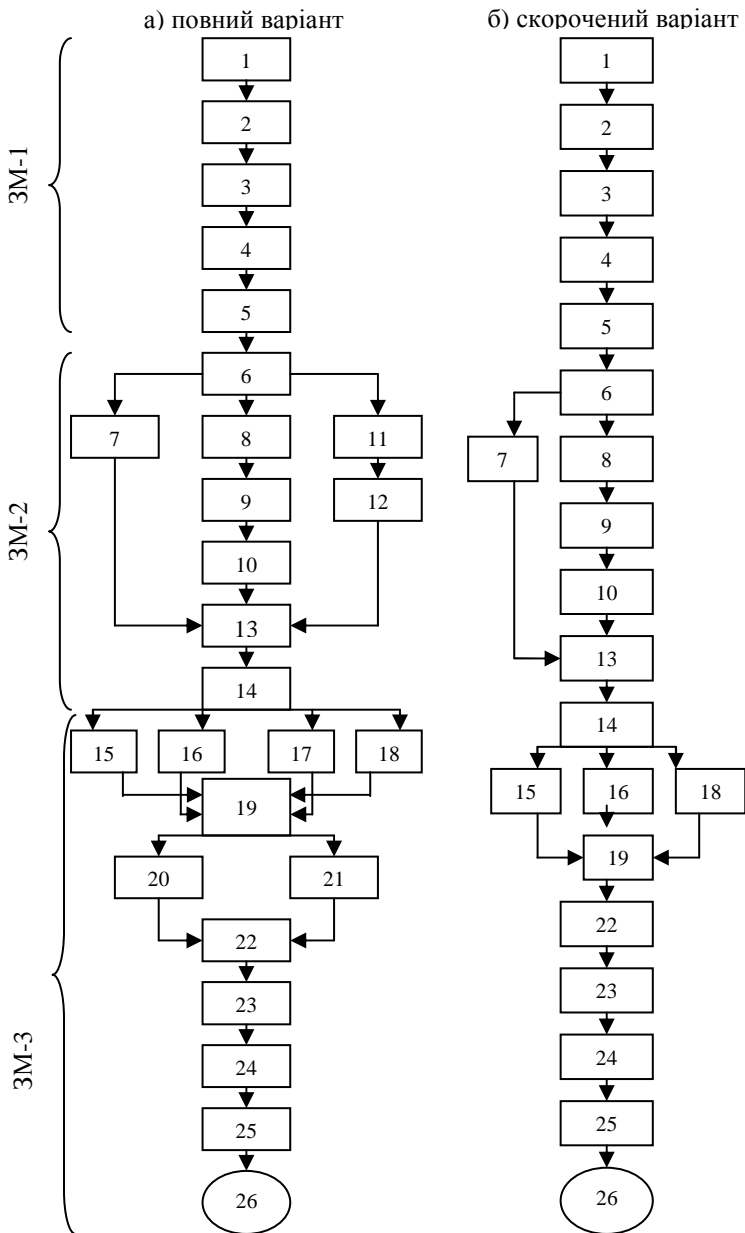
Блок-схеми включають наступні розрахункові й логічні процедури (кроки), об'єднані у три змістові модулі:

Змістовий модуль 1. Постановка задачі

1. Постановка задачі моделювання.
2. Формування матриці даних про змінні.
3. Розрахунок показників розмаху варіації змінних.
4. Побудова і аналіз полів кореляції.
5. Розрахунок показників варіації змінних.

Змістовий модуль 2. Специфікація рівняння регресії

6. Розрахунок коефіцієнтів кореляції.
7. Тестування факторів на значущість (невипадковість).
8. Оцінка мультиколінеарності факторів.
9. Розрахунок β -коефіцієнтів.
10. Тестування факторів на автономність.
11. Розрахунок коефіцієнта множинної кореляції.
12. Тестування факторів на вагомість у множинній детермінації.
13. Прийняття рішень щодо включення факторів у рівняння регресії.
14. Обґрунтування аналітичної форми рівняння регресії.



Змістовий модуль 3. Оцінювання параметрів економетричної моделі

15. Розрахунок коефіцієнтів регресії МНК способом Гаусса.
16. Те ж, способом детермінантів.
17. Те ж, способом оберненої матриці.
18. Те ж, за β -коефіцієнтами.
19. Розрахунок оцінок ендогенної змінної за рівнянням регресії.
20. Тестування гомоскедастичності залишків.
21. Тестування відсутності автокореляції залишків.
22. ANOVA-дисперсійний аналіз.
23. Тестування значущості (адекватності) рівняння регресії.
24. Тестування коефіцієнтів регресії на значущість (невипадковість).
25. Розрахунок інтервалів довіри для прогнозу рентабельності.
26. Економічна інтерпретація економетричної моделі.

4.4. Методика розробки рівняння регресії

Крок 1. Постановка задачі включає: а) вибір змінних та їх операційних характеристик (у прикладі – P , Φ , K) для складання рівняння регресії за варіантом завдання; б) теоретичне обґрунтування наявності та аналітичної форми залежності прибутковості (або рівня витрат) від обох факторів; в) складання розроблюваного рівняння регресії у загальному вигляді. Початкове розуміння сутності розроблюваного рівняння регресії дуже важливе для кількісних і якісних оцінок багатьох попередніх і заключних результатів моделювання.

Крок 2. Матриця статистики складається за варіантом завдання за даними 15 підприємств. Наприклад, для варіанта на практичні заняття вона має вигляд (табл. 4.2).

Таблиця 4.2 – Матриця статистики (для варіанта $P=f(\Phi, K)$).

№ підприємства	P , коп./грн.	Φ , тис. грн./чол.	K , %
1	6,7	1,5	46
2	7,3	1,7	49
...			
15	10,4	7,1	58

Матриця статистики характеризується:

- мірністю, тобто кількістю змінних $(m+1)$;
- обсягом вибірки, тобто кількістю об'єктів спостереження (n) ;
- обсягом матриці $(m+1)n$;

- співвідношенням розмірів матриці $n / (m+1)$, яке для отримання незміщених оцінок кореляції і регресії повинно бути не менше восьми. Ця умова порушується, що виправдовується навчальним характером роботи, в якій процес моделювання набагато вагоміший за кінцевий результат. Скорочення матриці дає вигоду у трудомісткості процесу без жодних втрат щодо його змісту та методики виконання.

Крок 3. Показники розмаху варіації змінних розраховують за формулами (наприклад, для змінної P):

- абсолютний розмах варіації

$$R_p = P_{max} - P_{min} \quad (4.1)$$

- відносний розмах варіації

$$i_p = P_{max}/P_{min} \quad (4.2)$$

Розрахунок показників зручно оформити в табл. 4.3.

Таблиця 4.3 – Розрахунок показників розмаху варіації змінних (для варіанта $P=f(\Phi, K)$).

	P	Φ	K
1	6,7	1,5	46
2	7,3	1,7	49
...			
15	10,4	7,1	58
Мінімальне значення	5,4	1,4	31
Максимальне значення	18,9	9,1	79
Абсолютний розмах варіації	13,5	7,6	48
Відносний розмах варіації	3,5	6,1	2,5

Крок 4. Поля кореляції (графічні зображення залежності) будують за матрицею статистики (табл. 4.2) на міліметровому папері формату А4. Масштаб зображення за осями координат вибирають таким, щоб поле кореляції виглядало «стоячим», якщо $i_p > i_{x_i}$ (рис. 4.2, а), «лежачим», якщо $i_p < i_{x_i}$ (рис. 4.2, б) або квадратним, якщо $i_p \approx i_{x_i}$ (рис. 4.2, в).

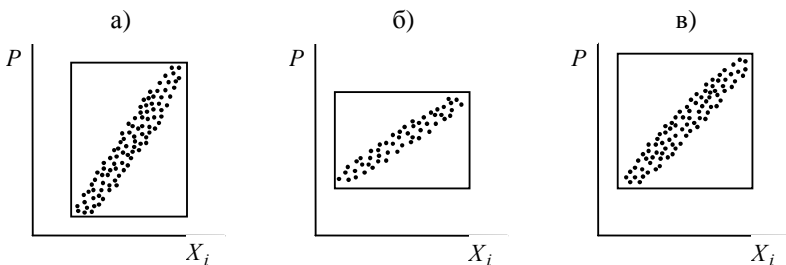


Рис.4.2. – Типи полів кореляції

Розмітка координаційної сітки диктується мінімальними й максимальними значеннями змінних, тому площа полів повинна використовуватися повністю.

Аналіз полів кореляції проводиться з метою визначення за графічними критеріями:

- наявності кореляційних залежностей;
- напряму й аналітичної форми залежностей;
- кількісної однорідності об'єктів спостереження, зокрема наявності аномальних об'єктів.

Аномальні об'єкти спостереження – це об'єкти, що «випадають» із вибіркової сукупності на полях кореляції. Вони визначаються візуально з матриці статистики.

Зробіть відповідні висновки за всіма аспектами аналізу полів кореляції. У прикладі об'єкт № 13 вилучено як аномальний.

Крок 5. Показники варіації змінних – дисперсія і середнє квадратичне відхилення – визначають за формулами (наприклад, для змінної P):

- середнє арифметичне

$$\bar{P} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} P, \quad (4.3)$$

- дисперсія (середній квадрат відхилення)

$$D_p = \overline{P^2} - \bar{P}^2, \quad (4.4)$$

- середнє квадратичне відхилення

$$\sigma_p = \sqrt{D_p}, \quad (4.5)$$

- коефіцієнт варіації

$$v_p = \sigma_p / \bar{P}. \quad (4.6)$$

Розрахунок показників варіації змінних рекомендується вести в табл. 4.4.

Таблиця 4.4 – Розрахунок показників варіації змінних (для варіанта $P=f(\Phi, K)$).

	P	Φ	K	P^2	Φ^2	K^2
1	6,7	1,5	76	44,89	2,25	2116
2	7,3	1,7	49	53,29	2,89	2401
...						
15	10,4	7,1	58	108,16	50,41	3364
Сума	132,2	63,7	837	1301,82	357,43	52349
Середнє арифметичне	9,4429	4,5500	59,7857	92,9871	25,5307	3739,2142
Квадрат середнього	89,1684	20,7025	3574,3299			
Дисперсія	3,8187	4,8282	164,8843			
Середнє квадратичне відхилення	1,9541	2,1973	12,8407			
Коефіцієнт варіації	0,207	0,483	0,215			

Останні три стовпці табл. 4.4 призначені для вираховування середніх квадратів змінних, наприклад

$$\overline{P^2} = 1301,82 / 14 = 92,9871.$$

Вони, в свою чергу, використовуються для розрахунку дисперсій змінних за формулою (4.4), наприклад

$$D_p = 92,9871 - 89,1684 = 3,8187.$$

Крок 6. Для *розрахунку коефіцієнтів кореляції* необхідно попередньо виконати розрахунок середніх добутків змінних (табл. 4.5),

Таблиця 4.5 – Розрахунок середніх добутків змінних

j	$P\Phi$	PK	ΦK
1	10,05	308,2	69,0
2			
...			
15			
Сума	654,39	8191,0	4026,9
Середній добуток	46,7421	585,0714	287,6357

після чого виконати розрахунок коефіцієнтів кореляції за формулою для варіанта $P=f(\Phi, K)$:

$$r_{px_i} = (\overline{P\bar{X}_i} - \bar{P} \times \bar{X}_i) / \sigma_p \sigma_{x_i}. \quad (4.7)$$

Наприклад, за даними табл. 4.4 і 4.5 знаходимо

$$r_{p\phi} = (46,7421 - 9,4429 \times 4,5500) / 1,9541 \times 2,1973 = 0,8796.$$

Аналогічно $r_{pk} = 0,8178$ і $r_{p\phi} = 0,5533$.

Коефіцієнти кореляції показують напрямок і силу впливу факторів на рентабельність («+» – доданий, «-» – від’ємний). Слід мати на увазі, що $-1 \leq r_{px_i} \leq +1$. За наслідками розрахунків зробіть висновки щодо сили (тісноти) кореляційних зв’язків.

Крок 7. Тестування факторів на значущість (невипадковість) їх впливу на рентабельність проводять за t -статистикою Стьюдента. Розраховують спочатку вибіркові значення t_i за формулою (для варіанта $P = f(\Phi, K)$).

$$t_{\phi} = |r_{p\phi_i}| \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{p\phi_i}^2}}, \quad (4.8)$$

і потім порівнюють їх з критеріальним ($t_{крит}$). $t_{крит}$ визначають за додатком 3 (див. [4], с. 87) залежно від n .

З ймовірністю 0,95 зробіть Ваші висновки щодо значущості факторів. При відсутності посібника можна прийняти $t_{крит} = 2,179$. У нашому прикладі за формулою (4.8)

$$t_{\phi} = 0,8796 \sqrt{\frac{14-2}{1-0,8796^2}} = 6,405$$

і відповідно $t_{\kappa} = 4,923$. Отже вплив факторів на рентабельність є не випадковим, оскільки $6,405 > 2,179$ і $4,923 > 2,179$.

Крок 8. Наявність і сила *мультиколінеарності факторів*, тобто взаємозв'язку між ними оцінюється за повною матрицею коефіцієнтів кореляції

$$\begin{matrix} & & & & (\Phi) & (K) & (P) \\ \begin{matrix} (\Phi) \\ (K) \\ (P) \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & r_{\phi\kappa} & r_{\phi p} \\ r_{\kappa\phi} & 1 & r_{\kappa p} \\ r_{p\phi} & r_{p\kappa} & 1 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 1 & 0,5533 & 0,8796 \\ 0,5533 & 1 & 0,8178 \\ 0,8796 & 0,8178 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

за наступною шкалою оцінок (за модулями коефіцієнтів кореляції для загального випадку $y = f(X_1, X_2)$):

$r_{12} = 0$ – відсутня,

$0 < r_{12} < r_{yx_i \min}$ – слабка,

$r_{yx_i \min} < r_{12} < r_{yx_i \max}$ – помірна,

$r_{yx_i \max} < r_{12} < 1$ – сильна,

$r_{12} = 1$ – абсолютна, коли з двох факторів один є зайвим.

Крок 9. β -коефіцієнти, які визначають напрямок і силу впливу факторів на рентабельність за умови вилучення мультиколінеарності, розраховують за формулою

$$\beta_i = \Delta_i / \Delta_0, \quad (4.9)$$

де Δ_0 – визначник (детермінант) матриці взаємної кореляції (мультиколінеарності),

Δ_i – те ж із заміною в ній i -го стовпця стовпцем коефіцієнтів кореляції r_{px_i} .

Наприклад (див. крок 8):

$$\beta_{\phi} = \frac{\begin{vmatrix} r_{p\phi} & r_{\phi\kappa} \\ r_{p\kappa} & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_{\phi\kappa} \\ r_{\kappa\phi} & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 0,8796 & 0,5533 \\ 0,8178 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 0,5533 \\ 0,5533 & 1 \end{vmatrix}} = 0,6155$$

Аналогічно $\beta_k = 0,4772$.

Крок 10. Оцінка незалежності (автономності) впливу факторів на рентабельність визначається за допомогою γ -критерія

$$0 < \gamma_i < 1,$$

де γ_i – рівень автономності, що розраховується за формулою

$$\gamma_i = \beta_i / r_{px_i}. \quad (4.10)$$

Якщо $\gamma_i > 0$, фактор x_i має певну автономність впливу на рентабельність; $\gamma_i = 0$ – ніякої автономності він не має і його вплив на рентабельність завдяки мультиколінеарності проявляється через інші фактори, якщо $\gamma_i < 0$ – i -й фактор вилучається з подальшого процесу розробки рівняння регресії, бо знаки β_i і r_{px_i} протилежні, чого у належно специфікованих моделях не може бути.

Крок 11. Розрахунок коефіцієнта множинної кореляції необхідний для визначення сили впливу на рентабельність обох факторів разом, він розраховується за формулою Боярського:

$$R_{p.\phi k} = \sqrt{\frac{-1^\alpha \Delta_*}{\Delta_0}}, \quad (4.11)$$

де α – порядок повної матриці коефіцієнтів кореляції;

Δ_* – визначник повної матриці коефіцієнтів кореляції із заміною нижнього правого елемента нулем.

У нашому прикладі формула Боярського застосовується так:

$$R_{p\phi k} = \sqrt{\frac{\begin{vmatrix} 1 & 0,5533 & 0,8796 \\ -1^3 & 0,5533 & 1 & 0,8178 \\ 0,8796 & 0,8178 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 0,5533 \\ 0,5533 & 1 \end{vmatrix}}} = \sqrt{\frac{-1^3 (-0,6465)}{0,6939}} = \sqrt{0,9317} = 0,9652.$$

З метою контролю правильності розрахунків рекомендується цей коефіцієнт визначати також за такою формулою:

$$R_{p\phi k} = \sqrt{r_{p\phi} \beta_\phi + r_{pk} \beta_k}. \quad (4.12)$$

У прикладі (див. крок 9).

$$R_{\rho\phi\kappa} = \sqrt{0,8796 \times 0,6155 + 0,8178 \times 0,4772} = \sqrt{0,5414 + 0,3903} = \\ = \sqrt{0,9317} = 0,9652.$$

Отже коефіцієнт множинної детермінації і апроксимації 0,9317 показує, що варіація рентабельності у різних підприємств пояснюється впливом різних рівнів фондоозброєності праці на 54,14%, різного рівня кооперування виробництва на 39,03% та іншими не врахованими факторами – 6,83% (100 – 83,17).

Крок 12. Вагомість вкладу факторів у варіацію рентабельності оцінюється на основі коефіцієнтів множинної кореляції за ρ -критерієм

$$\rho_i \geq 1,96,$$

де

$$\rho_i = 0,742\sqrt{n} \sqrt{R_{\rho x_1 x_2}^2 - r_{\rho x_j}^2} \quad (i, j = 1, 2; i \neq j) \quad (4.13)$$

У нашому прикладі формула (4.13) для визначення ρ_ϕ і ρ_κ набуває такого вигляду:

$$\rho_\phi = 0,742\sqrt{n} \sqrt{R_{\rho\phi\kappa}^2 - r_{\rho\kappa}^2}; \\ \rho_\kappa = 0,742\sqrt{n} \sqrt{R_{\rho\phi\kappa}^2 - r_{\rho\phi}^2}.$$

Якщо $\rho_i \geq 1,96$, то з ймовірністю 0,95 і більше можна стверджувати, що вплив фактора x_i достатньо значущий, вагомий для включення його у рівняння регресії (див. [4], додаток 1, с. 85).

Крок 13. Для прийняття рішення щодо включення факторів у рівняння регресії складається зведення результатів, одержаних на кроках 7, 10, 12 (табл. 4.6).

Таблиця 4.6. – Зведення оцінок не випадковості автономності й значущості вкладу факторів

Фактори	$t_i \geq 2.179$	$0 < \gamma_i < 1$	$\rho_i \geq 1,96$	Рішення
Φ	6,405	0,6997	1,423	Включається
K	4,923	0,5835	1,104	Включається

Поради щодо прийняття рішень такі:

- якщо $\gamma_i < 0$, x_i вилючається з матриці (див. крок 10);
- значення ρ_i дуже залежать від обсягу вибірки (див. формулу 4.13), тому рішення приймається з огляду на порушення вимоги $n/(m+1) \geq 8$.

Отже якщо критерії ρ_i виконуються не в повній мірі, обидва фактори треба включати до рівняння регресії, принаймні з ймовірністю дещо менше 0,95.

Крок 14. Для *обґрунтування аналітичної форми рівняння регресії* необхідно скористатися раніше сформульованими щодо цього висновками з теоретичного обґрунтування (див. крок 1), а також із візуального аналізу полів кореляції (див. крок 4). Ці аргументи вибору аналітичної форми рівняння регресії (пряма, гіпербола, парабола тощо) достатньо надійні й ними можна обмежитися.

Не буде великої помилки, якщо форма регресії буде прийнята лінійною і модель рівняння регресії матиме такий вигляд (для нашого прикладу):

$$\hat{P} = a_0 + a_1\Phi + a_2K, \quad (4.14)$$

де a_0, a_1, a_2 – коефіцієнти регресії.

Коефіцієнт a_0 показує частину P , що не залежить від факторів Φ і K ; a_1 визначає, на скільки копійок змінюється P за рахунок зміни Φ на одну тисячу гривень; a_2 визначає зміну P в копійках при зміні K на один відсоток.

Крок 15. Для *розрахунку коефіцієнтів регресії* a_0, a_1 та a_2 методом найменших квадратів (МНК) слід скласти систему нормальних рівнянь і вирішити її. У нашому прикладі в разі вибору лінійної форми регресії ця система така:

$$\left. \begin{aligned} \sum P &= n \cdot a_0 + a_1 \sum \Phi + a_2 \sum K \\ \sum P\Phi &= a_0 \sum \Phi + a_1 \sum \Phi^2 + a_2 \sum K\Phi \\ \sum PK &= a_0 \sum K + a_1 \sum \Phi K + a_2 \sum K^2 \end{aligned} \right\}. \quad (4.15)$$

Числові значення коефіцієнтів цієї системи беруть із табл. 4.4 (крок 5), та 4.5 (крок 6). У нашому прикладі система набуває вигляду

$$132,2 = 14a_0 + 63,7a_1 + 837a_2,$$

$$654,39 = 63,7a_0 + 357,43a_1 + 4026,9a_2,$$

$$8191,0 = 837a_0 + 4026,9a_1 + 52349a_2.$$

Спосіб Гаусса полягає у послідовному вилученні невідомих a_0 , a_1 , та a_2 . Діленням системи на числові коефіцієнти при a_0 отримаємо

$$9,4429 = a_0 + 4,5500a_1 + 59,7857a_2,$$

$$10,2730 = a_0 + 5,6115a_1 + 63,2166a_2,$$

$$9,7861 = a_0 + 4,8111a_1 + 62,5436a_2.$$

Віднімемо 1-е рівняння із 2-го і 3-го, після чого маємо

$$0,8301 = 1,0615a_1 + 3,4304a_2,$$

$$0,3432 = 0,2611a_1 + 2,7579a_2.$$

тобто систему рівнянь без a_0 . Повторивши, цю саму процедуру ще раз, отримаємо одне рівняння з одним невідомим a_2 :

$$0,5324 = 7,3309a_2,$$

звідки $a_2 = 0,0726$. Далі зворотним шляхом знайдемо $a_1 = 0,5476$ і $a_0 = 2,6108$. Отже

$$\hat{P} = 2,6108 + 0,5476\Phi + 0,0726K.$$

Прокоментуйте сутність знайдених параметрів економетричної моделі рентабельності, тобто 2,6108; 0,5476 та 0,0726.

Крок 16. Для розрахунку коефіцієнтів регресії методом детермінантів попередньо необхідно за системою рівнянь МНК визначити чотири детермінанта (визначника) – ΔA ; ΔA_0 ; ΔA_1 і ΔA_2 . Зокрема у нашому прикладі це виглядає так:

$$\Delta A = \begin{vmatrix} 14 & 63,7 & 837 \\ 63,7 & 357,43 & 4026 \\ 837 & 357,43 & 52349 \end{vmatrix} = 1513628.$$

Послідовно замінюючи стовпці матриці A стовпцями вільних членів системи рівнянь за МНК знайдемо

$$\Delta A_0 = \begin{vmatrix} 132,2 & 63,7 & 837 \\ 654,39 & 357,43 & 4026,9 \\ 8191,0 & 4026,9 & 52349 \end{vmatrix} = 3951780,$$

$$\Delta A_1 = \begin{vmatrix} 14 & 132,2 & 837 \\ 63,7 & 654,39 & 4026,9 \\ 837 & 8191,0 & 52349 \end{vmatrix} = 828831,$$

$$\Delta A_2 = \begin{vmatrix} 14 & 63,7 & 132,2 \\ 63,7 & 357,43 & 654,39 \\ 837 & 4026,9 & 8191,0 \end{vmatrix} = 109889.$$

Оскільки розрахунки детермінантів виконуються вручну на калькуляторі, нагадуємо, як їх зручніше і простіше виконувати.

Елементи матриці А поділимо на 100, тобто на 10^2 , що потім обумовить множення результату на 1000000, тобто на 10^6 . Для розрахунку визначника матриці 3-го порядку допишемо до неї ще раз перші два рядки. Знайдемо добутки трьох елементів по кожній нісхідній діагоналі матриці (додатні) і такі ж добутки по висхідним діагоналям (від'ємні). Сумуючи шість добутків знаходимо детермінант. Наприклад

$$\Delta A' = \begin{vmatrix} 0,14 & 0,637 & 8,37 \\ 0,637 & 3,5743 & 40,269 \\ 8,37 & 40,269 & 523,49 \\ 0,14 & 0,637 & 8,37 \\ 0,637 & 3,5743 & 40,269 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -250,40437 \\ -227,02393 \\ -212,41600 \\ +261,95544 \\ +214,70182 \\ +214,70182 \end{vmatrix} = 1,513628.$$

З урахуванням наведених раніше зауважень маємо

$$\Delta A = 1,513628 \times 10^6 = 1513628.$$

Параметри рівняння регресії способом детермінантів отримуємо за формулою

$$a_i = \frac{\Delta A_i}{\Delta A}, \quad (4.16)$$

тобто

$$a_0 = 3951780 : 1513628 = 2,6108;$$

$$a_1 = 828831 : 1513628 = 0,5476;$$

$$a_2 = 109889 : 1513628 = 0,0726.$$

Значення параметрів ідентичні, як і сподівалось, отриманим способом Гаусса (крок 15).

Крок 17. Найбільш ефективним є *розрахунок коефіцієнтів регресії способом оберненої матриці*. Цей спосіб вигідний тим, що одночасно вирішує завдання визначення помилок оцінки коефіцієнтів регресії (крок 24) і апроксимації або прогнозу залежної змінної (крок 25), чого неможливо зробити інакше.

Спочатку отримуємо матрицю A^{-1} , обернену до матриці А, тобто

$$A = \begin{bmatrix} 14 & 63,7 & 837 \\ 63,7 & 357,43 & 4026,9 \\ 837 & 4026,9 & 52349 \end{bmatrix}.$$

Попередньо знайдемо мінори і алгебраїчні доповнення до кожного елемента матриці A і складемо матрицю $[\Delta A_{ij}]$. Наприклад, алгебраїчне доповнення до елемента 14 складе

$$\Delta A_{11} = 1^{1+1} \begin{vmatrix} 3,5743 & 40,269 \\ 40,269 & 523,49 \end{vmatrix} \times 10^4 = 2495173$$

до елемента 63,7 –

$$\Delta A_{12} = -1^{1+2} \begin{vmatrix} 0,637 & 40,269 \\ 8,37 & 523,49 \end{vmatrix} \times 10^4 = 35890.$$

До речі, індикатори знаків мінорів для матриці 3-го порядку такі:

	j		
	+	–	+
i	–	+	–
	+	–	+

На основі матриці алгебраїчних доповнень

$$[\Delta A_{ij}] = \begin{bmatrix} 2495170 & 35890 & -42659 \\ 35890 & 32320 & -3060 \\ -42659 & -3060 & 946 \end{bmatrix}$$

за формулою (4.17) розрахуємо обернену матрицю

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta A} [\Delta A_{ij}], \quad (4.17)$$

Враховуючи, що $\Delta A = 1513628$ (крок 16), отримуємо

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1,648475 & 0,023711 & -0,028183 \\ 0,023711 & 0,021353 & -0,002022 \\ -0,028183 & -0,002022 & 0,000625 \end{bmatrix}.$$

Параметри рівняння регресії знаходимо за формулою

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = A^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum P \\ \sum P\Phi \\ \sum PK \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Отже маємо

$$a_0 = 1,648475 \times 32,2 + 0,023711 \times 654,39 - 0,028183 \times 8191 = 2,6108 ;$$

$$a_1 = 0,023711 \times 132,2 + 0,021353 \times 654,39 - 0,002022 \times 8191 = 0,5476 ;$$

$$a_2 = -0,028183 \times 132,2 - 0,002022 \times 654,39 + 0,000625 \times 8191 = 0,0726 ,$$

що ідентично отриманим раніше результатам.

Крок 18. Для контролю правильності розрахунків коефіцієнтів регресії рекомендується ще варіант їх *розрахунку через β -коефіцієнти*, а саме:

$$a_i = \beta_i \frac{\sigma_p}{\sigma_{x_i}}, \quad a_0 = \bar{P} - \sum a_i \bar{X}_i. \quad (4.19)$$

Цей спосіб можливий лише за умови, що обидва фактори включені до рівняння регресії (див. підрозділ 4.5).

Отже за формулами (4.19) отримуємо уже відомі нам значення коефіцієнтів регресії

$$a_\phi = 0,6155 \frac{1,9541}{2,1973} = 0,5476; \quad a_K = 0,4772 \frac{1,9541}{12,8407} = 0,0726;$$

$$a_0 = 9,4429 - 0,5476 \times 4,5500 - 0,0726 \times 59,7857 = 2,6108 .$$

Крок 19. Розрахунок оцінок рентабельності за рівнянням регресії необхідний для *визначення помилок апроксимації*. Розрахунки доцільно внести до табл. 4.7.

Таблиця 4.7 – Розрахунок оцінок рентабельності й помилок апроксимації

№ підприємства	P_j	Розрахунок оцінок				Помилка апроксимації $e_j = P_j - \hat{P}_j$	e_j^2
		2,61	0,548Ф	0,0726К	\hat{P}_j		
1	6,7	2,61	0,82	3,34	6,77	-0,07	0,0049
2	7,3	2,61	0,93	3,56	7,10	+0,20	0,0400
Всього	132,2	×	×	×	132,2	0	3,6164

За розрахунком $\sum e_j^2 = 3,6164$. Отже дисперсія залишків D_e дорівнює $3,6164 / 14 = 0,2603$, що складає 6,83% загальної дисперсії 3,8187 (крок 5). Порівняйте цей результат з результатами кроку 11.

Крок 20. Тестування гомоскедастичності залишків e_j , полягає в перевірці того, що $D_e = \text{const}$. Це одне з основних припущень правомірності застосування МНК.

Використаємо тест рангової кореляції Спірмана:

$$r_s = 1 - \frac{6 \times \sum d_j^2}{n \times (n^2 - 1)}. \quad (4.20)$$

Розрахунок $\sum d^2$ для нашого прикладу фрагментарно наведено в табл. 4.8.

Таблиця 4.8 – Розрахунок $\sum d^2$

J	P_j	Ранг P_j	$ e_j $	Ранг $ e_j $	d_j	d_j^2
1	6,7	2	0,07	1	7	7
...						
\sum	132,2	–	–	–	–	246

Таким чином, за формулою (4.20)

$$r_s = 1 - \frac{6 \times 246}{14 \times (14^2 - 1)} = 0,4593.$$

Оскільки t -статистика Стюдента за формулою (4.8) дорівнює

$$t = r_s \sqrt{\frac{n-2}{1-r_s^2}} = 0,4593 \sqrt{\frac{14-2}{1-0,4593^2}} = 1,791$$

і не перевищує $t_{\text{крит}} = 2,179$ (див. [4] додаток 3), то з ймовірністю більшою 0,95 можна стверджувати, що залишки e_j гомоскедастичні і явище гетероскедастичності відсутнє.

Крок 21. Тестування відсутності автокореляції залишків e_j виконується за тестом DW-Дарбіна-Уотсона:

$$DW = \frac{\sum (e_j - e_{j-1})^2}{\sum e_j^2} \quad (4.21)$$

У табл. 4.9 виконані попередні розрахунки до формули (4.21).

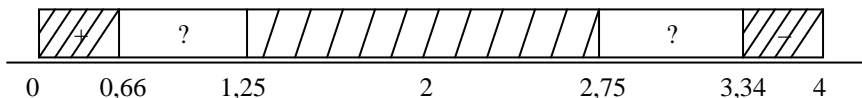
Таблиця 4.9 – Розрахунок $\sum e_j^2$ та $\sum (e_j - e_{j-1})^2$

j	e_j	e_j^2	$e_j - e_{j-1}$	$(e_j - e_{j-1})^2$
1	-0,07	0,0049	–	–
2	+0,20	0,0400	0,27	0,0729
3	+0,45	0,2025	0,25	0,0625
...
\sum	0	3,6164	–	8,7048

Таким чином статистика Дарбіна-Уотсона дорівнює

$$DW = \frac{8,7048}{3,6164} = 2,407$$

За додатком 5 (див. [4], с. 90) при $m = 2$ і $n = 14$ нижня межа $DW_{d_n} = 0,66$, а верхня $d_g = 1,25$, тобто шкала DW така:



Отже при $DW = 2,407$ маємо ситуацію повної відсутності автокореляції.

Висновок: параметри економетричної моделі рентабельності (4.14)

$$\hat{P} = 2,61 + 0,548\Phi + 0,0726K,$$

знайдені за методом найменших квадратів, є незміщеними, обґрунтованими і ефективними.

Крок 22. ANOVA-дисперсійний аналіз виконується за результатами розрахунків на кроках 3 і 19 за формулою

$$\sum (P - \bar{P})^2 = \sum (\hat{P} - \bar{P})^2 + \sum (P - \hat{P})^2 \quad (4.22)$$

За табл. 4.4 $D_p = 3,8187$ і відповідно

$$\sum (P - \bar{P})^2 = D_p \times n = 3,8187 \times 14 = 53,4618,$$

а за табл. 4.7

$$\sum (P - \hat{P})^2 = \sum e^2 = 3,6164.$$

Отже

$$\sum (P - \hat{P})^2 = 49,8454,$$

тобто за формулою (4.22)

$$\begin{aligned} 53,4618 &= 49,8454 + 3,6164 \\ (100\%) & \quad (93,17\%) \quad (6,83\%) \end{aligned}$$

З ANOVA-аналізу випливає, що:

1) коефіцієнт множинної кореляції за формулою

$$R_{pfk} = \sqrt{1 - \frac{\sum e_j^2}{\sum (P - \bar{P})^2}} \quad (4.23)$$

складає

$$R_{pfk} = \sqrt{1 - \frac{3,6164}{53,4618}} = \sqrt{1 - 0,0683} = \sqrt{0,9317} = 0,9652,$$

що вже було двічі отримано раніше (крок 11);

2) коефіцієнт множинної детермінації дорівнює 0,9317, апроксимація складає 93,17%, а помилка апроксимації (і, до речі, прогнозу) – 6,83%.

Порівняйте ці результати з результатами кроків 11 і 19.

Крок 23. Тестування значущості (адекватності) рівняння регресії проводиться за F – статистикою Фішера.

$$\bar{F} \geq \bar{F}_{крит}; \quad F = S_{\hat{y}} / S_e, \quad (4.24)$$

де $S_{\hat{y}}$ – систематична;

S_e – залишкова дисперсії залежної змінної на одну ступінь свободи:

$$S_{\hat{y}} = \frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{m}, \quad S_e = \frac{\sum e_j^2}{n - m - 1} \quad (4.25)$$

Враховуючи, що $m = 2$; $n = 14$; $\sum (\hat{P} - \bar{P})^2 = 49,8454$; $\sum e_j^2 = 3,6164$

(див. крок 21), маємо $S_{\hat{p}} = \frac{49,8454}{2} = 24,923$, $S_e = \frac{3,6164}{14 - 2 - 1} = 0,3298$,

$F = \frac{24,8454}{0,329} = 75,52$. $F_{крит}$ знаходимо за додатком 5 [4, стор. 89] – 4,02.

Оскільки $75,52 > 4,02$, робимо висновок, що економетрична модель рентабельності $\hat{P} = 2,61 + 0,548\Phi + 0,0726K$ є значущою, адекватною дійсності.

Крок 24. Тестування коефіцієнтів регресії на значущість (невипадковість) проводиться за t -статистикою Стьюдента:

$$t \geq t_{\text{крит}}; \quad t = \frac{a_i}{\sigma_{a_i}}, \quad (4.25)$$

де σ_{a_i} – середньоквадратичні помилки коефіцієнта регресії.

Ці помилки визначають за формулою

$$\sigma_{a_i} = \sqrt{\frac{\sum e_j^2}{n-m-1}} S_{ij} \quad (i=j) \quad (4.26)$$

де S_{ij} – елементи головної діагоналі оберненої матриці A^{-1} (див. крок 17). У нашому прикладі маємо

$$\sigma_{a_0} \sqrt{\frac{3,6164}{14-2-1}} \times 1,648475 = \sqrt{0,3288 \times 1,6485} = 0,736 \text{ коп.};$$

$$\sigma_{a_\phi} = \sqrt{0,3288 \times 0,02135} = 0,0838,$$

$$\sigma_{a_\kappa} = \sqrt{0,3288 \times 0,000625} = 0,0143.$$

За формулою (4.25) знаходимо

$$t_0 = \frac{2,6108}{0,736} = 3,55; \quad t_\phi = \frac{0,5476}{0,0838} = 6,53; \quad t_\kappa = \frac{0,0726}{0,0143} = 5,08.$$

За додатком 3 $t_{\text{крит}} = 2,201$. Отже за t -критерієм Стьюдента всі параметри економетричної моделі рентабельності оцінені як значущі й невинуваті.

Крок 25. Побудова інтервалів прогнозу рентабельності за будь-яких прогнозних значень Φ і K може здійснюватися тільки за допомогою оберненої матриці. Довірча межа помилки прогнозу визначається за формулою

$$\sigma_{\hat{y}}^2 = \frac{\sum e_j^2}{n-m-1} \cdot [X'] \cdot [A^{-1}] \cdot [X] \quad (4.27)$$

або для нашого випадку

$$\sigma_{\hat{P}}^2 = 0,3288 \cdot [X'] \cdot \begin{bmatrix} 1,648475 & 0,023711 & -0,028183 \\ 0,023711 & 0,021353 & -0,002022 \\ -0,028183 & -0,002022 & 0,00625 \end{bmatrix} \cdot [X]$$

Нехай за прогнозом $\Phi = 7$ тис. грн. і $K = 65\%$. Точковий прогноз рентабельності складе $\hat{P} = 2,61 + 0,548 \times 7 + 0,0726 \times 65 = 11,17$ коп./грн. Дисперсія помилки прогнозу рентабельності складе

$$\sigma_{\hat{P}}^2 = 0,3288 \begin{vmatrix} 1 & 7 & 65 \\ 0,023711 & 0,021353 & -0,002022 \\ -0,028183 & -0,002022 & 0,00625 \end{vmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 65 \end{bmatrix}$$

Спочатку множимо $[A^{-1}]$ на $[X]$ і отримуємо

$$\begin{bmatrix} 1,648475 \cdot 1 & 0,023711 \cdot 7 & -0,028183 \cdot 65 \\ 0,023711 \cdot 1 & 0,021353 \cdot 7 & -0,002022 \cdot 65 \\ -0,028183 \cdot 1 & -0,002022 \cdot 7 & 0,00625 \cdot 65 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,017443 \\ 0,041752 \\ -0,001712 \end{bmatrix}$$

Далі

$$\begin{aligned} \sigma_{\hat{P}}^2 &= 0,3288 \begin{vmatrix} 1 & 7 & 65 \\ -0,017443 & 0,041752 & -0,001712 \end{vmatrix} = \\ &= 0,3288 \cdot [1 \cdot (-0,017443 + 7 \cdot 0,041752 + 65(-0,001712))] = \\ &= 0,3288 \cdot ((-0,017443 + 0,292264 - 0,111280)) = \\ &= 0,3288 \cdot 0,163541 = 0,05377 \end{aligned}$$

Оскільки $\sigma_{\hat{P}}^2 = 0,05377$, $\sigma_{\hat{P}} = \sqrt{0,05377} = 0,23$ коп.

Таким чином, якщо прогнози фондоозброєності праці очікується 7 тис.грн./чол., а кооперування виробництва – 65%, точковий прогноз рентабельності дорівнює 11,17 коп./грн., а інтервальний – у межах $11,17 - 0,23 \leq P \leq 11,17 + 0,23$, або $10,94 \div 11,40$.

Крок 26. Економічна інтерпретація результатів моделювання полягає:

- у чіткому викладі змісту і виміру змінних P , Φ і K , а також параметрів рівняння регресії 2,61, 0,548 і 0,0726;
- у конкретному тлумаченні довірчих меж помилки прогнозу $\pm 0,23$ коп.;
- у визначенні областей застосування розробленої економетричної моделі.

4.5. Особливості оцінювання параметрів рівняння парної регресії

У деяких варіантах завдання на **13-му кроці** приходиться вилучати якийсь фактор з подальшого процесу модерювання. Нехай у нашому прикладі це фактор K . Тоді економетрична модель рентабельності стає рівнянням парної регресії (**крок14**):

$$\hat{P} = a_o + a_\phi \Phi.$$

Крок 15. Система рівнянь за МНК (див. табл. 4.4 і 4.5) має таке рішення способом Гаусса:

$132,2 = 14a_o + 63,7a_\phi$ $654,39 = 63,7a_o + 357,43a_\phi$	$: 14$ $: 63,7$
$9,4429 = a_o + 4,5500a_\phi$ $10,2730 = a_o + 5,6111a_\phi$	віднімемо 1-е рівняння із 2-го
$0,8301 = 1,0611a_\phi$	маємо: $a_\phi = 0,8301 : 1,0611 = 0,7823$
$a_o = 10,2730 - 5,6111 \cdot 0,7823 = 5,8834$	

Таким чином, рівняння регресії набуває вигляду:

$$\hat{P} = 5,8834 + 0,7823\Phi.$$

Крок 16. Для розрахунку системи рівнянь за МНК способом детермінантів попередньо визначають детермінанти

$$\Delta A = \begin{vmatrix} 14 & 63,7 \\ 63,7 & 357,43 \end{vmatrix} = 5004,02 - 4057,69 = 946,33;$$

$$\Delta A_o = \begin{vmatrix} 132,2 & 63,7 \\ 654,39 & 357,43 \end{vmatrix} = 47252,25 - 41684,64 = 5567,61;$$

$$\Delta A_\phi = \begin{vmatrix} 14 & 132,2 \\ 63,7 & 654,39 \end{vmatrix} = 9161,46 - 8421,14 = 740,32.$$

Отже за формулою (4.16) маємо ті самі оцінки параметрів рівняння регресії

$$a_o = \frac{5567,61}{946,33} = 5,8834; \quad a_\phi = \frac{740,32}{946,33} = 0,7823.$$

Крок 17. Вихідними даними для побудови *оберненої матриці* A^{-1} є (крок 16):

$$A = \begin{bmatrix} 14 & 63,7 \\ 63,7 & 357,43 \end{bmatrix}; \quad \Delta A = 946,33$$

Спочатку побудуємо матрицю алгебраїчних доповнень до елементів матриці A

$$\begin{aligned} A_{11} &= -1^{1+1} \cdot 357,43 = 357,43; \\ A_{12} &= -1^{1+2} \cdot 63,7 = -63,7; \\ A_{21} &= -1^{2+1} \cdot 63,7 = -63,7; \\ A_{22} &= -1^{2+2} \cdot 14 = 14. \end{aligned}$$

Отже маємо

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} 357,43 & -63,7 \\ -63,7 & 14 \end{bmatrix}$$

і за формулою (4.17) обернену матрицю

$$A^{-1} = \frac{1}{946,33} \begin{bmatrix} 357,43 & -63,7 \\ -63,7 & 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,377701 & -0,067313 \\ -0,067313 & 0,014794 \end{bmatrix}.$$

Нарешті, за формулою (4.18) отримуємо коефіцієнти регресії:

$$a_o = 0,377701 \cdot 132,2 - 0,067313 \cdot 654,39 = 5,8834;$$

$$a_\phi = -0,067313 \cdot 132,2 + 0,014794 \cdot 654,39 = 0,7823$$

котрі ідентичні результатам оцінювання іншими способами.

Крок 18 у такому разі не виконується, бо користуватися β -коефіцієнтами, визначеними для двофакторної моделі, не можна.

Крок 19. Помилки апроксимації e_j визначимо у таблиці:

j	P_j	$\hat{P} = 5,8834 + 0,7823\Phi_j$	$e_j = P_j - \hat{P}$	e_j^2
1	6,7	7,06	-0,36	0,1296
2	7,3	7,21	0,09	0,0081
3	11,5	10,89	0,61	0,3721
...				
14	9,8	10,26	-0,46	0,2116
15	10,4	11,44	-1,04	1,0816
Σ	132,2	132,2	0,0	12,1382

Крок 20. Для тестування гомоскедастичності залишків e_j , тобто відсутності явища гетероскедастичності, розрахуємо коефіцієнт рангової кореляції Спірмана, для чого визначимо ранги P_j і e_j

j	P_j	Ранг P	e_j	Ранг $ e_j $	d	d^2
1	6,7	2	-0,36	4	2	4
2	7,3	3	0,09	1	2	4
3	11,5	13	0,61	7	6	36
...						
14	9,8	8	-0,46	5	3	9
15	10,4	10	-1,04	10	0	0
Σ	132,2	-	0,0	-	-	430

Таким чином, коефіцієнт рангової кореляції за формулою (4.20) становить

$$r_3 = 1 - \frac{6 \cdot 430}{14(14^2 - 1)} = 0,0549,$$

а t -статистика Стьюдента за формулою (4.8)

$$t = 0,0549 \sqrt{\frac{14-1-1}{1-0,0549^2}} = 0,19$$

при критичному значенні 2,179 (додаток3). Оскільки $0,19 < 2,179$ гетероскедастичність відсутня. Параметри моделі є незміщеними й обґрунтованими.

Крок 21. Для врахування DW -статистики Дарбіна-Уотсона виконаємо попередні розрахунки

j	e_j	$e_j \cdot e_{j-1}$	$(e_j - e_{j-1})^2$
1	-0,36	-	-
2	0,09	0,45	0,2025
3	0,61	0,52	0,2704
...			
14	-0,46	-1,57	2,4649
15	-1,04	-0,58	0,3304
Σ	0,0	-	27,4620

Отже (див. крок19) за формулою (4.21)

$$DW = \frac{27,4620}{12,1382} = 2,26.$$

Критичні значення DW при $n = 14$ і $m = 1$ за додатком 6 знайдемо такі: $d_n = 0,78$, $d_g = 1,05$. Отже значення 2,26 знаходиться у зоні від 1,05(0 + 1,05) до 2,95(4 – 1,05), що дає підстави вважати автокореляцію залишків відсутньою, а параметри моделі, знайдені за МНК, обґрунтованими й незміщеними.

Крок 22. ANOVA–аналіз полягає у розкладанні загальної девіації рентабельності на систематичну й залишкову (див. кроки 5 і 19, формула 4.22):

$$\begin{aligned} \sum (P - \bar{P})^2 &= 3,8187 \cdot 14 = 53,4618, \\ \sum (P - \hat{P})^2 &= \sum e_j^2 = 12,1382, \\ \sum (\hat{P} - \bar{P})^2 &= 53,4618 - 12,1382 = 41,3236. \end{aligned}$$

Отже

$$\begin{aligned} 53,4618 &= 41,3236 + 12,1382. \\ (100\%) & (77,2956\%) (22,7044\%) \end{aligned}$$

Помилка апроксимації складає 22,704%. Коефіцієнт кореляції дорівнює (див. крок 22)

$$R_{p,\phi} = \sqrt{0,772956} = 0,8796.$$

Крок 23. Адекватність (достовірність) моделі перевіряється за F -статистикою Фішера (формули (4.24), (4.25)):

$$F \geq F_{\text{крит}} \qquad F = \frac{S_{\hat{P}}}{S_e}$$

$$S_{\hat{P}}^2 = \frac{\sum (\hat{P} - \bar{P})^2}{m} \qquad S_e^2 = \frac{\sum e_j^2}{m - n - 1}$$

Отже

$$S_{\hat{P}}^2 = \frac{41,3236}{1} = 41,3236 \qquad S_e^2 = \frac{12,1382}{14 - 1 - 1} = 1,0115$$

Оскільки $F = 41,3236/1,0115 = 40,85$ і $40,85 > 4,62$ (див. дод. 5), робимо висновок про адекватність моделі дійсності.

Крок 24. Значущість параметрів моделі перевіряється за t -статистикою Стьюдента (формули (4.25))

$$t_i \geq t_{\text{крит}} \qquad t_i = \sigma_{ai} / a_i$$

Середньоквадратичні помилки параметрів a_o і a_l визначають за формулами

$$\sigma_{a_o} = \sqrt{\frac{\overline{\phi^2} \sum e_j^2}{n \cdot (n-2) \sigma_{\phi}^2}},$$

$$\sigma_{a_{\phi}} = \sqrt{\frac{\sum e_j^2}{n \cdot (n-2) \sigma_{\phi}^2}} \qquad (4.28)$$

У нашому прикладі ці помилки дорівнюють

$$\sigma_{a_o} = \sqrt{\frac{25,5307 \cdot 12,1382}{14(14-2) \cdot 4,8282}} = \sqrt{\frac{309,8967}{811,1376}} = 0,6181,$$

$$\sigma_{a_{\phi}} = \sqrt{\frac{12,1382}{14(14-2) \cdot 4,8282}} = \sqrt{\frac{12,1382}{811,1376}} = 0,1223.$$

Помилки коефіцієнтів регресії можна визначити також за допомогою елементів головної діагоналі оберненої матриці за формулою (4.26):

$$\sigma_{a_o} = \sqrt{\frac{12,1382}{14-2}} 0,377701 = 0,6181,$$

$$\sigma_{a_1} = \sqrt{\frac{12,1382}{14-2}} 0,014794 = 0,1223.$$

Таким чином, t -статистики

$$t_o = \frac{5,8834}{0,6181} = 9,52,$$

$$t_\phi = \frac{0,7823}{0,1223} = 6,40$$

значно перевищують $t_{крит} = 2,179$. Це значить, що параметри моделі значущі, не випадкові.

Крок 25. Побудова *інтервалів прогнозу* рентабельності за моделлю можлива у двох варіантах:

а) за формулою

$$\sigma_{\hat{P}} = \sqrt{\frac{\sum e_j^2}{n-2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\Phi_n - \bar{\Phi})^2}{\sum (\Phi_j - \bar{\Phi})^2}}; \quad (4.29)$$

б) за допомогою оберненої матриці за формулою (4.27) – див. крок 25 для багатофакторної регресії.

Визначимо $\sigma_{\hat{P}}$ за формулою (4.29), що за даними нашого прикладу має вигляд

$$\sigma_{\hat{P}} = 1,0057 \sqrt{0,0714 + \frac{(\Phi_n - 4,55)^2}{67,5948}},$$

для ряду значень Φ (таблиця):

Φ	$\sigma_{\hat{P}}$	Φ	$\sigma_{\hat{P}}$
1	0,511	5	0,274
2	0,412	6	0,322
3	0,329	7	0,405
4	0,279	8	0,500
4,55	0,268	9	0,607

Побудуємо за даними таблиці лінію точкових прогнозів \hat{P} і довірчі інтервали для прогнозу (рис. 4.3):

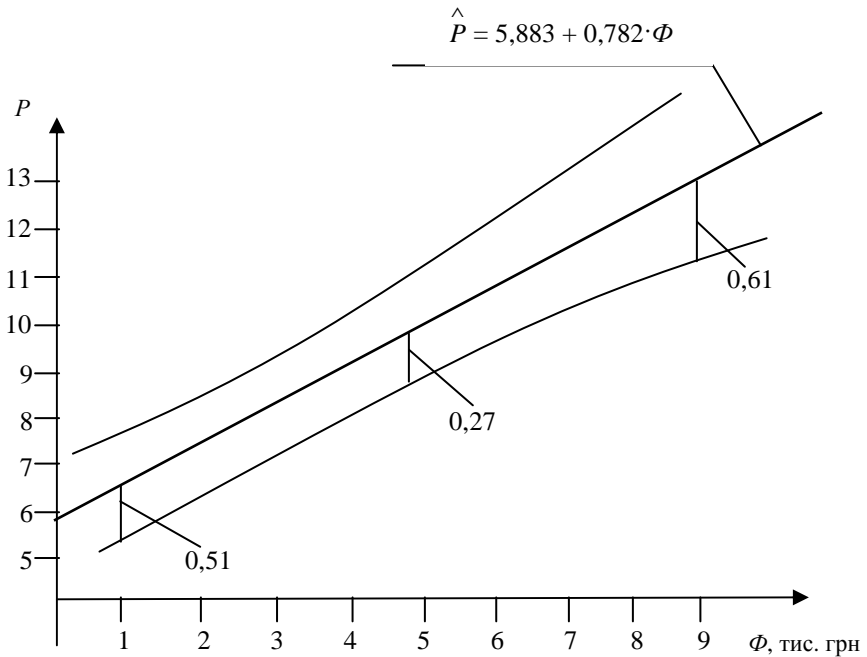


Рис. 4.3

Наприклад, для $\Phi = 9$ тис. грн./чол. – точковий прогноз

$$\hat{P}_n = 5,883 + 0,782 \cdot 9 = 12,92 \text{ коп,}$$

а інтервальний

$$12,92 - 0,61 \leq P_n \leq 12,92 + 0,61 \text{ або } 12,31 \div 13,53$$

Крок 26. Див. вище.

Короткий українсько-російський словник математико-статистичних понять і термінів

А

автокореляція	– автокорреляция
автономність впливу	– автономность влияния
авторегресія	– авторегрессия
авторегресивна модель	– авторегрессионная модель
агрегування	– агрегирование
адекватність	– адекватность
аномальний об'єкт спостереження	– аномальный объект наблюдения
апроксимація	– аппроксимация

Б

багатофакторна модель	– многофакторная модель
-----------------------	-------------------------

В

варіаційний розмах	– вариационный размах
варіація	– вариация
вектор	– вектор
взаємозв'язок	– взаимосвязь
відношення	– отношение
відсоток	– процент
відсутність	– отсутствие
відхилення	– отклонение
від'ємний	– отрицательный
вісь	– ось
вибірка	– выборка
вибіркова сукупність	– выборочная совокупность
визначення	– определение
визначник	– определитель (детерминант)
викривлення	– искажение
вилучення	– исключение
вимірник	– измеритель
вимога	– требование
випадкова змінна	– случайная переменная
вираз	– выражение
вплив	– влияние

Г

гетероскедастичність	– гетероскедастичность
гомоскедастичність	– гомоскедастичность
граничний	– граничный, предельный
границя(межа)	– граница, предел
групування	– группирование

двомірне розсіювання
 девіація
 детермінант, визначник
 детермінація
 добуток
 доведення
 довільний
 довірчий інтервал
 додатний
 достатній
 дисперсійний аналіз
 дистрибутивно-лагова модель

екзогенна змінна
 економетрія
 економетрична модель
 експонента
 еластичність
 емпірична формула
 ендогенна змінна

загальна дисперсія
 залежність
 зайвий фактор
 залишок
 залишкова дисперсія
 запізнююча змінна
 засіб
 зведення
 зв'язок
 зіставлення
 зміщені оцінки
 знаменник
 значущість

ідентифікація
 імовірність, ймовірність
 інтерпретація

Д

– двумерное рассеяние
 – девиация
 – детерминант, определитель
 – детерминация
 – произведение
 – доказательство
 – произвольный
 – доверительный интервал
 – положительный
 – достаточный
 – дисперсионный анализ
 – дистрибутивно-лаговая модель

Е

– экзогенная переменная
 – эконометрия
 – эконометрическая модель
 – экспонента
 – эластичность
 – эмпирическая формула
 – эндогенная переменная

З

– общая дисперсия
 – зависимость
 – избыточный, излишний фактор
 – остаток
 – остаточная дисперсия
 – запаздывающая переменная
 – способ
 – сводка
 – связь
 – сопоставление
 – смещенные оценки
 – знаменатель
 – значимость

І

– идентификация
 – вероятность
 – интерпретация

квадратичне відхилення
кількісний вимір
кластерний аналіз
колінеарність
конфлюентний аналіз
кореляція
кореляційна залежність
кореляційний аналіз
коридор регресії
коригування
крок
кут нахилу

лінеаризація
лінійна залежність

мала вибірка
математичне сподівання
матриця
мірність
множинна модель
множинна регресія
моделювання
мультиколінеарність

надійність оцінки
нахил прямої
наявність залежності
насичення регресії
нескінченність
нехтувати

обґрунтування
обернена матриця
обмеження
обсяг
об'єм
операційний
опуклий

К

– квадратическое отклонение
– количественное измерение
– кластерный анализ
– коллинеарность
– конфлюэнтный анализ
– корреляция
– корреляционная зависимость
– корреляционный анализ
– коридор регрессии
– корректировка
– шаг
– угол наклона

Л

– линеаризация
– линейная зависимость

М

– малая выборка
– математическое ожидание
– матрица
– мерность
– множественная модель
– множественная регрессия
– моделирование
– мультиполинеарность

Н

– надежность оценки
– наклон прямой
– наличие зависимости
– насыщение регрессии
– бесконечность
– пренебрегать

О

– обоснование
– обратная матрица
– ограничение
– объем
– объем
– операционный
– выпуклый

оцінка
оцінювання

парціальна кореляція
перетворення
перетин
площина
поверхня
показник
поле кореляції
помилка апроксимації
помилка вибірки
похідна
прийнятне рішення
припущення
прямокутник
псевдокореляція
питома вага

розкид значень
регресійний аналіз
регресія
рівняння регресії
різниця
розбіжність результатів
розмах
розподіл
розрахунок
розсіювання
розшарування
рядок матриці

симульативна модель
скінченний
складання системи рівнянь
специфікація
співвідношення
ступені вільності, свободи
стовпець матриці
стохастичність

– оценка
– оценивание

П

– парциальная корреляция
– преобразование
– пересечение
– плоскость
– поверхность
– показатель
– корреляционное поле
– ошибка аппроксимации
– ошибка выборки
– производная
– приемлемое решение
– допущение
– прямоугольник
– псевдокорреляция
– удельный вес

Р

– разброс значений
– регрессионный анализ
– регрессия
– уравнение регрессии
– разность
– расхождение результатов
– размах
– распределение
– расчет
– рассеяние
– расслоение
– строка матрицы

С

– симулятивная модель
– конечный
– составление системы уравнений
– спецификация
– соотношение
– степени свободы
– столбец матрицы
– стохастичность

сукупність об'єктів
суттєвість (невипадковість)

тіснота зв'язку
тотожність

умова

фактор (чинник)
форма зв'язку
формування

чисельник

шар
штучний фактор

щільність поля кореляції
щільність розподілу

якісний показник

– совокупность объектов
– существенность

Т

– теснота связи
– тождество

У

– условие

Ф

– фактор
– форма связи
– формирование

Ч

– числитель

Ш

– слой
– искусственный фактор

Щ

– плотность поля корреляции
– плотность распределения

Я

– качественный показатель

Зміст

1. Мета і завдання вивчення економетрії	3
2. Програма економетрії	5
3. Методичні вказівки з самостійного вивчення економетрії	7
3.1. Рекомендовані навчальні видання	7
3.2. Зміст і самоконтроль теоретичної підготовки	7
3.3. Зміст і самоконтроль практичної підготовки	10
4. Методичні вказівки для проведення практичних занять, виконання індивідуального домашнього завдання або контрольної роботи	11
4.1. Зміст завдань і вихідні дані	11
4.2. Варіанти завдань	12
4.3. Послідовність розробки рівняння регресії	15
4.4. Методика розробки рівняння регресії	17
4.5. Особливості оцінювання параметрів рівняння парної регресії	35
Короткий українсько-російський словник математико- статистичних понять і термінів	42

Навчальне видання

Доля В. Т. Економетрія: Методичні вказівки з самостійного вивчення дисципліни, практичних занять і виконання розрахунково-графічних та контрольних робіт (для студентів усіх форм навчання за напрямками підготовки 0501 – «Економіка і підприємництво», 0502 – «Менеджмент»).

Автор: Володимир Тимофійович Доля

Відповідальний за випуск: Т. В. Момот

Редактор: М. З. Аляб'єв

План 2008, поз. 121 Н

Підп. до друку 04.07.08 р.	Формат 60х84 1/16.	Папір офісний.
Друк на ризографі.	Умовно-друк. арк. 2,9.	Обл.-вид. арк. 3,2
Тираж 250 прим.	Замовл. №	

61002, м. Харків, ХНАМГ, вул. Революції, 12

Сектор оперативної поліграфії ЦНІТ ХНАМГ

61002, м. Харків, вул. Революції, 12